

Kapitel 9

Materialmodelle III: Goldenes Glasmosaik

9.1 Goldenes Glasmosaik

Sämtliche gewölbte Flächen des Innenraumes der Hagia Sophia waren ursprünglich mit Glasmosaiken¹ überzogen. Prokop schreibt: »Reines Gold überzieht die ganze Decke, auf der sich Prunk und Schönheit vermählen [...]. Auf beiden Seiten befinden sich zwei Säulenhallen; [...] Auch sie haben gewölbte Decken und sind mit Gold geschmückt.«² Die Wirkung auf den Betrachter muss eindrucksvoll gewesen sein. Paulus beschreibt »strahlendes Mosaikwerk«³ und schreibt: »Goldene Mosaiksteinchen überziehen die Decke, und funkelnder Goldglanz flutet von ihnen herab, sodass Menschengenossen es kaum ertragen können. Man möchte glauben, mittägliche Frühjahrs-sonne zu sehen, wenn sie jegliche Höhe übergoldet.«⁴ Auch Prokop ist beeindruckt: »An Licht und Sonnengefunkel aber hat sie Überfluss. Man könnte meinen, der Platz werde nicht von außen erleuchtet, sondern empfangen seine Helligkeit von sich aus, eine solche Lichtfülle ist über das Heiligtum ausgegossen.«⁵

Das goldene Glasmosaik und seine komplexen Reflexionseigenschaften (Abbildung 9.1) sind also von besonderer Bedeutung für die ursprüngliche Wirkung des Innenraumes. Mit den Gewölbeflächen nimmt es zudem mehr Fläche ein als der Fußboden aus prokonnesischem Marmor und fast soviel Fläche wie die gesamte Marmorausstattung. Wir werden noch sehen, dass die goldenen Tesserae einen höheren Reflexionskoeffizienten haben als die hellsten der Marmormaterialien. Damit haben sie eine besondere Bedeutung für die Lichtverteilung im Innenraum. Das goldene Glasmosaik empfängt gerade in den Seitenschiffen und Galerien viel Licht vom Boden, sowohl aus dem Inneren des Gebäudes als auch von außen. Im Hauptraum kommt noch direktes Licht vom Himmel und von der Sonne hinzu, das durch die Fenster der Kuppeln und der Tympanonwänden einfällt.

¹ Zu Produktion und Handel von Glasmosaiken: James 2006.

² Procopius Caesariensis und Paulus Silentarius 1977, S. 29.

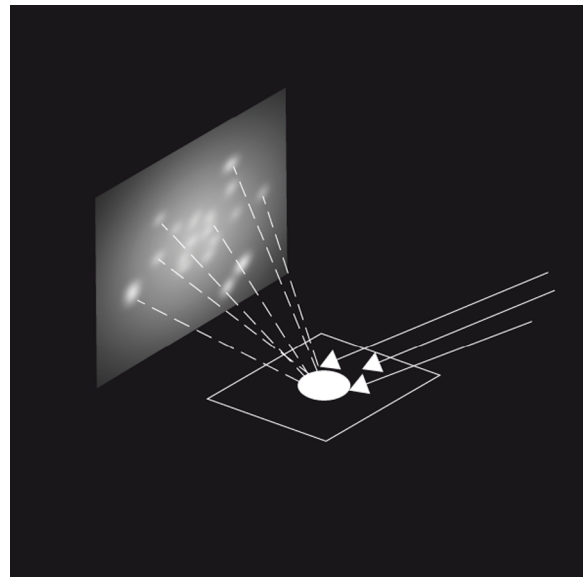
³ Vers 547.

⁴ Vers 667–672.

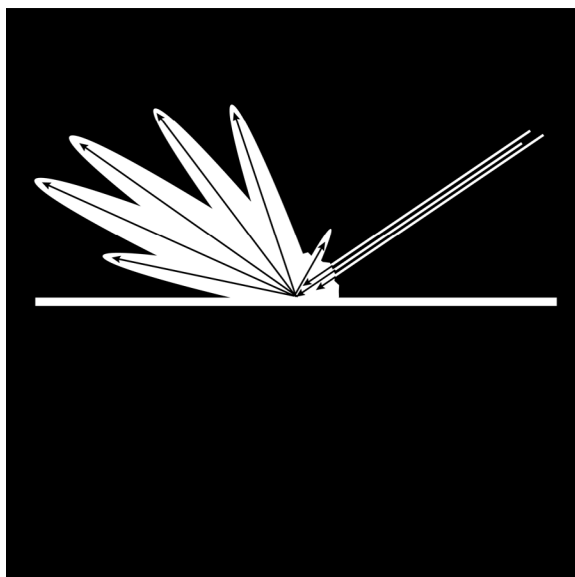
⁵ Procopius Caesariensis und Paulus Silentarius 1977, S. 25; Das Leuchten von innen heraus scheint ein Topos zu sein. Bustacchini 1973 zitiert einen anonymen Zeitgenossen Theoderichs zur Kapelle des Erzbischofs: »either light was herin born or else here imprisoned freely ruled«.



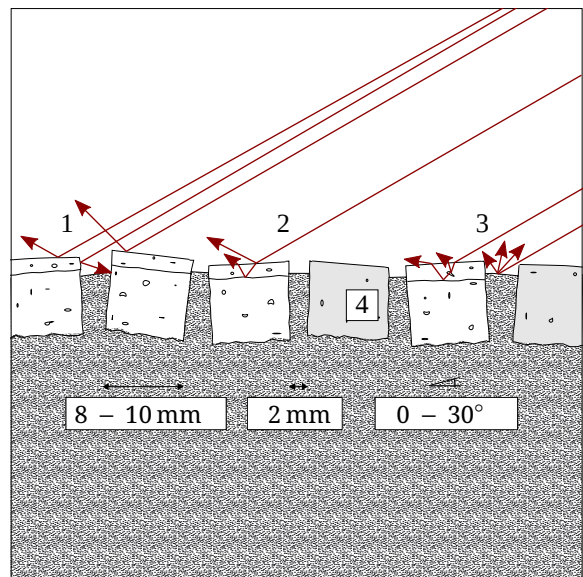
(a)



(b)



(c)



(d)

Abbildung 9.1: Lichttechnische Eigenschaften von Glasmosaik: (a) Goldenes Glasmosaik aus der Hagia Sophia. (b) Einfallendes Licht wird in viele Richtungen gestreut. Zusammen ergibt sich eine diffuse Wirkung für die Beleuchtung. (c) Einfallendes Licht wird vorwiegend direkt reflektiert. Durch die Ausrichtung der Tesserae variiert die Richtung. (d) Die goldenen Tesserae bestehen aus zwei Glasschichten, zwischen denen eine Schicht aus Blattgold eingeschmolzen ist. Das einfallende Licht wird an der Glas- (1) und an der Goldoberfläche (2) reflektiert. Ein Teil des Lichts wird im Glas gestreut. Zwischen den Tesserae bleiben Fugen mit diffusem Reflexionsverhalten (3). Ornamente bestehen aus farbigen Gläsern (4). Abbildungen: Hochschule Luzern.

Im heutigen Bauzustand lässt sich diese Wirkung nur sehr bedingt nachvollziehen, obwohl nennenswerte Flächenanteile des Mosaiks wieder frei liegen. Das liegt daran, dass die großen Flächen der Halbkuppeln, Konchenkuppen und die Tympanonwände mit Putz überzogen sind. Eine mögliche Rolle spielen auch die deutlich kleineren Fenster in den Tympanonwänden. In den Galerien ist das Goldmosaik heute fast vollständig hinter Putz verborgen. Durchweg frei liegt es nur in den Seitenschiffen und im Narthex.

Das Glasmosaik in den Gewölben wird hier als ein *komplexes* Material bezeichnet. In der Tat ist es so komplex, dass hier ganze Aspekte ausgeklammert bleiben. Zugleich ist das Glasmosaik ein Beispiel für ein Material, das seine Charakteristik im *mesoskopischen* Maßstab zeigt. Was heißt das? Das Goldmosaik ist zusammengesetzt aus verschiedenen Materialien, die sich optisch ganz unterschiedlich verhalten. Das geschieht auf einem Maßstab von etwas unter einem Zentimeter. Es kann also nicht durch geschickte Parametrisierung eines konventionellen Materialmodells adäquat repräsentiert werden (mikroskopischer Maßstab). Zugleich sind die Elemente zu klein, als dass sie einfach geometrisch modelliert werden können (makroskopischer Maßstab). Der mesoskopische Maßstab ist durch ein Problem der Informationsmenge geprägt. Beim Marmor konnte dieses Problem mit einem Bild der Oberfläche gelöst werden, da angenommen werden konnte, dass sich über die Fläche hinweg nur die Farben wesentlich verändern.⁶ Hier kann man eine solche Annahme nicht zugrunde legen.

Das Glasmosaik besteht zunächst einmal aus dicht aneinander gesetzte Tesserae, würfelförmigen Steinchen, die in den noch feuchten Grund gedrückt werden (Abbildung 9.5). Dazwischen bleiben kleine Fugen. Tesserae und Fugen haben ganz verschiedene Reflexionseigenschaften. Auch wenn die Tesserae dicht aneinander gesetzt sind, bleibt doch ein Fugenteil von etwa 10 % der Fläche.⁷

Die Tesserae selbst zeigen verschiedene Farben: Gold, Silber, Rot, Türkis und Dunkelblau. Goldene Tesserae bilden den Grund, der alle Gewölbe und Wände oberhalb des obersten Kranzgesimses überzieht. Die anderen Farben kommen bei den unzähligen Kreuzen auf den Gewölbe- und Wandflächen zum Einsatz und in bandartigen Ornamenten, die reale und scheinbare Grate und Kanten der Gewölbe hervorheben. Dieser zumeist abstrakte Schmuck strukturiert die unfassbar großen Gewölbeflächen und macht zugleich die komplexen konstruktiven Zusammenhänge der Gewölbe in den Seitenschiffen und Galerien nachvollziehbar (Abbildung 9.2 und Abbildung 4.3).

Die verschiedenen Tesserae unterscheiden sich aber nicht lediglich in der Farbe. Die roten, türkisfarbenen und dunkelblauen Tesserae sind Würfel aus homogenem farbigem Glas. Der Aufbau der goldenen und silbernen Tesserae aber gibt dem Glasmosaik den eigentlichen Kick: auf der Sichtseite des kubischen Glaskörpers befindet sich eine Schicht aus Silber oder Gold, die wiederum von einem Glasplättchen bedeckt wird. Die Konstruktion wirkt optisch wie

⁶ Es wurde schon angeschnitten, dass eine genauere Betrachtung auch für die Marmoroberflächen zeigt, dass das eine Einschränkung ist. Auch andere Oberflächen z.B. Holz zeigen im Detail komplexe Eigenschaften.

⁷ Restaurierungsarbeiten aus der spätbyzantinischen Zeit zeigen einen größeren Abstand des Tesserae. Offenbar wurde knappes Material wiederverwendet: Ozil 2000.



Abbildung 9.2: Glasmosaik auf einer Wandfläche im Narthex. Der Goldgrund ist aus vielen einzelnen Tesserae zusammengesetzt, die durch ihre leicht variierende Ausrichtung glitzern. In den bandartigen Ornamenten entlang der Kanten finden sich dunkelblaue, rote, türkisfarbene und silberne Tesserae. Das Kreuz in der Mitte ist aus roten und dunkelblauen Tesserae zusammengesetzt. In der unteren Hälfte des Kreuzes ist eine Spiegelung des gegenüberliegenden Fensters zu erkennen. Zustand 2015.

ein winziger Spiegel, wodurch die aus den leicht unterschiedlich ausgerichteten Tesserae zusammengesetzte Oberfläche wie eine Diskokugel glitzert.

Hergestellt werden diese Tesserae, in dem Blattgold oder Silber zwischen einer ziemlich dicken und einer sehr dünnen Glasscheibe eingebakken werden. Diese wird dann in Würfel gebrochen, wobei die dickere Glasscheibe den Körper der Tesserae bildet und die dünne Scheibe die Deckschicht über dem Metall. Oft finden sich an der Rückseite Ziegelsplitter, die als Trennmittel bei der Produktion oder als Haftbrücke dienen können.

9.2 Ein parametrisches Materialmodell für eine komplexe Oberfläche

Wie lässt sich ein adäquates Modell für ein derart komplexes Material entwickeln? In den bisher publizierten Bildern des Darmstädter Modells der Hagia Sophia⁸ wurde für das Goldmosaik ein Reflexionsverhalten angenommen, das wie bei den vergoldeten Teilen der Wanddekoration auf gemessenen Literaturwerten basiert.⁹ Als Materialmodell liegt ein `metal` zu Grunde. Die

⁸ Insbesondere: Grobe, Hauck und Noback 2010; Hauck, Noback und Grobe 2013; Stichel, Hauck und Noback 2011.

⁹ Wie schon zuvor bei den Vergoldungen: Glassner 1995, S. 1167 f.

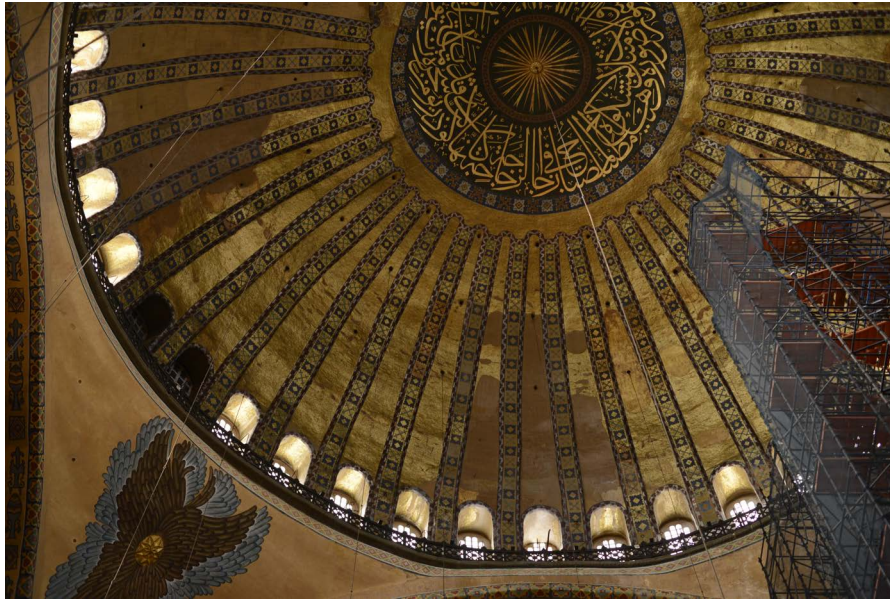


Abbildung 9.3: Wirkung des goldenen Glasmosaiks in der Kuppel. Die Rippen der Kuppel und die Kanten an den Tonnengewölben der Fenster sind durch farbige Ornamente hervorgehoben. Die goldene Oberfläche wirkt aus der Ferne fast wie eine wellige Folie. Zustand 2015.

Parameter für *roughness* und *specularity* wurden zusammen mit den Renderingparametern so eingestellt, dass der Glanz etwa dem Eindruck auf Fotos erhaltener Oberflächen entspricht (Abbildung 9.4). So ergab sich die Parametrisierung in Listing 9.1.

```
void metal gold_mosaic
0
0
5 0.997303 0.781942 0.334048 0.9 0.02
```

Listing 9.1: Einfaches Materialmodell für das Goldmosaik

Greg Ward, der Hauptentwickler von RADIANCE hat vorgeschlagen, die unter Laborbedingungen gewonnenen Werte mit einem Abschlag zu versehen um den Fugenanteil etc. zu berücksichtigen und zu lichttechnisch realistischeren Werten zu gelangen (Listing 9.2).

Auch wenn diese Einstellungen in Bezug auf die Lichtverteilung im Innenraum eine pragmatische Lösung darstellen, die sich mit Messungen noch verbessern ließe, kann ein solches Modell letztlich die Charakteristik der Oberfläche nicht adäquat wiedergeben. Das *parametrische* Materialmodell, das im Folgenden beschrieben wird, hat der Verfasser 2012 begonnen und erste Ergebnisse auf dem RADIANCE-Workshop im gleichen Jahr vorgestellt.¹⁰

¹⁰ Noback 2012. Carsten Bauer hat unabhängig ein ähnliches Materialmodell entwickelt, das leider nie zur Anwendung gekommen ist. Er hat darüber hinaus wichtige Hinweise zum Umgang mit uv-Koordinaten in RADIANCE gegeben.

```
void metal gold_mosaic
0
0
5 0.7566 0.6278 0.3150 0.8 0.02
```

Listing 9.2: Materialmodell für das Goldmosaik mit reduzierten Reflexionskoeffizienten



Abbildung 9.4: Darstellung des Goldmosaiks wie auf den Renderings der bisherigen Publikationen. Die Oberfläche gleicht mehr einem dünnen Blech. Eine Einstellung der roughness in Kombination mit den gewählten Renderingparametern ergibt eine Annäherung an die Charakteristik des realen Materials. Man kann auch einige zackige Artefakte erkennen, die aus der groben Auflösung der zweiachsig gekrümmten Geometrie in Dreiecke resultieren.

Das entwickelte Materialmodell soll folgende Anforderungen erfüllen:

- Differenzierung des Reflexionsverhaltens von Fugen und Tesserae
- Definition der Größe der Tesserae und ihrer Ausrichtung in Bezug auf die jeweilige Oberfläche
- Parametrisierung der zufälligen und gewollten Ausrichtung des Tesserae
- Integration eines geeigneten Materialmodells für Reflexion an den goldenen Tesserae

Dabei soll die Wahl der Parameter dem Stand der Forschung zur Herstellung der Oberfläche und zu den optischen Eigenschaften der Oberflächen angepasst werden können.

9.2.1 Größeneinschätzung anhand von Tesserae aus Iustiniana Prima

Um die Größe der Tessera einzuschätzen, konnten Proben aus Iustiniana Prima gemessen werden, die dem RGZM für Glas-Analysen zur Verfügung standen (Abbildung 9.5 und Tabelle 9.1).¹¹ Iustiniana Prima ist die Geburtsstadt Justinians und wurde zu seiner Amtszeit stark ausgebaut. Die Proben wurden als zeitgleich mit den Mosaiken der Hagia Sophia datiert.¹² Gemittelt wurde die Kantenlänge mit etwa 6,6 mm angenommen, d. h. 150 Tesserae pro Meter oder 47 Tesserae pro byzantischer Fuß (bzf). Diese Annahme wurden mit Bildern der Hagia Sophia verglichen und im Vergleich zu bekannten Bauteilen als plausibel erachtet.

Tabelle 9.1: Ermittelte Größen der Tesserae aus Iustiniana Prima

	Länge	Breite
Rotes Tessera	5,3 mm	5,3 mm
Goldenes Tessera	6,6 mm	5,9 mm
Rotes Tessera	7,1 mm	7,1 mm
Grünes Tessera (leicht trapezförmig)	7,6 mm	11,0 mm, 10,3 mm



Abbildung 9.5: Typische Tesserae: verschiedenfarbiges Glas und goldenes Tesserae aus Iustiniana Prima. Quelle: Noback 2012.

¹¹ Die verschiedenfarbigen Tesserae wurden mit einer Farbkarte aufgenommen. Die Größen wurden anhand der Bilder ermittelt.

¹² Drauschke und Greiff 2010.

9.2.2 Parametrisierung der Unebenheiten des Untergrundes und der variierenden Ausrichtung der Tesserae

Die Ausrichtung der Tesserae in der Oberfläche variiert um wenige Grad. Zugleich sind die Tesserae auf einem haftenden Untergrund angebracht, der selbst nicht als eben angenommen werden kann, da der Verputz der Gewölbe leichte aber deutlich sichtbare Wellen zeigt. Beides trägt zum Charakter der Mosaikoberflächen bei. Durch spiegelnde Tesserae werden die Wellen sichtbar und überlagern sich mit der variierenden Ausrichtung der Tesserae. Durch die Wellen werden Spiegelbilder heller Oberflächen und der Fenster verzerrt und durch die variierende Ausrichtung der Tesserae fransen die Ränder dieser Spiegelbilder aus. Beide Effekte verbinden sich zum charakteristischen Glitzern der Oberfläche (Vergl. Abbildung 9.2 Abbildung 9.3). Beide Effekte soll das Modell wiedergeben können und sollen sich unabhängig parametrisieren lassen.

Implementiert sind diese beiden Eigenschaften durch zwei unterschiedliche in RADIANCE verfügbare Noise-Funktionen: *Perlin-Noise*¹³ `noise3` und *Fractal Noise*¹⁴ `fnoise`. Solche Funktionen werden in der Computergrafik verwendet, um mannigfaltige Unregelmäßigkeiten wie Wolken, Wellen, Texturen usw. prozedural zu erzeugen.¹⁵ Der Begriff *Noise* leitet sich aus dem Umstand her, dass diese Prozeduren auch dazu geeignet sind, hörbares Rauschen zu erzeugen und mit hörbarem Rauschen Eigenschaften wie zum Beispiel Frequenzen teilen. Solches Rauschen darf man sich in der Computergrafik wie einen eingefrorenen Zufall vorstellen, schließlich soll etwa die produzierte Wolke von allen Richtungen gleich aussehen. Zugleich sollen die Funktionen so beschaffen sein, dass sie mit überschaubarem Berechnungsaufwand Strukturen erzeugen können, deren Form, Größe, Regelmäßigkeit usw. man leicht beeinflussen kann.

In diesem Fall ist besonders wichtig, dass die Parametrisierung der Eigenschaften *Ausrichtung* und *Welligkeit* mit realen, am besten messbaren, Größen in Beziehung gesetzt werden können. Dazu müssen die Parameter definiert, die passende Funktion ausgewählt und die Implementierung des Modells auf die Eigenschaften der Funktion angepasst werden.

Beide Eigenschaften werden hier in einer RADIANCE-Funktionsdatei implementiert, die mit einer Textur-Beschreibung (`texfunc`) in das Materialmodell eingebunden wird. Die Funktionen in der Datei übergeben dabei drei Werte (`xpert`, `ypert`, `zpert`), die als Verdrehung der Oberflächennormale interpretiert werden. Ein übergebener Wert steht dabei für den Tangens des Winkels der Abweichung in der jeweiligen Raumrichtung. Die Oberflächennormale ist ein normalisierter Vector (d. h. seine Länge $l = 1$), der senkrecht zur Ausrichtung der Oberfläche an dem Punkt steht, an dem der zu berechnende Lichtstrahl die Oberfläche trifft. Durch die Manipulation der Oberflächennormale wird der Lichtstrahl bei der Reflexion in eine etwas andere Richtung abgelenkt. Es wird also keine Veränderung an der eigentlichen Geometrie

¹³ Perlin 1985, Perlin 2002, ausführliche Darstellung: Burger 2015.

¹⁴ Larson, Shakespeare, Ehrlich u. a. 1998, S. 253.

¹⁵ Lagae u. a. 2010; für eine Anwendung in RADIANCE siehe beispielsweise: Jacobs 2012, S. 48.

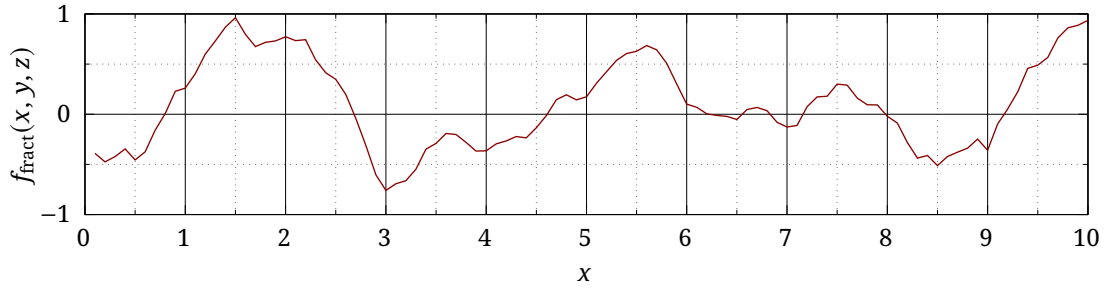


Abbildung 9.6: Basis für parametrisierte Variation der Ausrichtung der Tesseræ: Fractal Noise für den Datenbereich von $x = 0 - 10$, $y = 0$, $z = 0$.

des Modells vorgenommen, sondern das Ergebnis der Berechnung des Reflexionsereignisses manipuliert.

Das hat Konsequenzen für den Einsatz solcher Mittel. So hat eine stark gewellt erscheinende Oberfläche wie Wasser zwar auch die Reflexionseigenschaften einer solchen Oberfläche, aber am Beckenrand verlief die Kante schnurgerade. Stärker gewellte Oberflächen würden sich ohne weitere Funktionalität auch nicht selbst verschatten. Für die hier gestellte Aufgabe, geringe Abweichungen der Oberflächenausrichtung funktional zu beschreiben, ist dieser Mechanismus aber gut geeignet.

Mit dem Gesagten lässt sich die unwillkürliche Variation der Ausrichtung der Tesseræ beim Befestigen implementieren. Basis für die Variation ist die Fractal-Noise-Funktion (Gleichung (9.1)). Diese liefert abhängig von der räumlichen Position Werte zwischen -1 und 1 , entsprechend Winkelabweichungen in einer Raumrichtung von $\vartheta_d = -45 - 45^\circ$. Fraktal meint hier, dass die Funktion sehr »zackig« verläuft und sich in dieser Eigenschaft bei jeder Auflösung ähnelt, also im Kleinen so zackig ist wie im Großen (Abbildung 9.6); passend für die Ausrichtung der Tesseræ, die sich sprunghaft ändern soll.

Die Ausrichtung soll auf Basis des Parameters a_1 erfolgen, der die maximale Schrägstellung eines Tesseræ in einer Raumrichtung angeben soll. Diesen Wert kann man an einer Probefläche messen oder anhand von Beobachtungen abschätzen. Gesucht ist also noch ein geeigneter Multiplikator für die Umrechnung:

$$\begin{aligned} f_{\text{pert},u}(L_u, L_v) &= \tan\left(\frac{a_1}{180} \cdot \pi\right) \cdot f_{\text{fract}}(L_u, L_v, 0), \\ f_{\text{pert},v}(L_v, L_u) &= \tan\left(\frac{a_1}{180} \cdot \pi\right) \cdot f_{\text{fract}}(L_v, L_u, 0). \end{aligned} \quad (9.1)$$

In den obigen Gleichungen (Gleichung (9.1)) sind die *kartesischen* Koordinaten x , y , z durch die *lokalen* Koordinaten u , v auf der Oberfläche ersetzt worden. Da es in diesem Koordinatensystem hier keine Höhe gibt, wird sie mit Null angenommen. Die lokalen Koordinaten kommen zum Einsatz, weil die Mosaiken in Position, Anordnung und Ausrichtung den Gewölbeoberflächen im Raum folgen. In der zweiten Gleichung sind u und v vertauscht. Dadurch variiert die

Verdrehung in den beiden Richtungen unabhängig voneinander. Andernfalls entstünde eine Symmetrie entlang der Winkelhalbierenden von u und v .

Spannend wird die Implementierung im nächsten Schritt. Alle denkbaren Oberflächennormalen auf einem der virtuellen Tesserae sollen nämlich in die gleiche Richtung zeigen. Bisher würde für jeden Punkt ein neuer Wert berechnet. Das Ziel wird erreicht, in dem vom Schnittpunkt des Lichtstrahls mit der Oberfläche bis zur gedachten Ecke eines Tesserae im lokalen Koordinatensystem zurückgerechnet wird. Gesteuert wird das durch den Parameter a_2 , der die Anzahl der Tesserae pro Längeneinheit angibt:

$$L'_u = \lfloor a_2 \cdot L_u \rfloor, \quad L'_v = \lfloor a_2 \cdot L_v \rfloor. \quad (9.2)$$

Es wird also mit dem Anzahl der Tesserae pro Flächeneinheit multipliziert und dann der ganzzahlige Anteil berechnet. Je größer a_2 ist, je geringer ist der Unterschied zwischen den Termen $\lfloor a_2 \cdot L_u \rfloor$ und $a_2 \cdot L_u$ und damit der Bereich von u bzw. v , bei dem das Ergebnis $f_{\text{fract}}(L_u, L_v, 0)$ gleich bleibt.

Damit wäre eine parametrisierbare Unterteilung der Oberfläche in kleine Tesserae erreicht, deren Varianz in der Ausrichtung wir ebenfalls parametrisieren können. Es fehlt noch eine Lösung für die Welligkeit des unterliegenden Putzes. Wie oben erwähnt, kommt dazu die Perlin-Noise-Funktion zum Einsatz. Die Perlin-Noise-Funktion bietet sich an, da sie Nullstellen an ganzzahligen Werten für (x, y, z) hat.¹⁶ Zwischen diesen entwickelt sich jeweils ein Wellenberg oder ein Wellental unterschiedlicher Größe, dessen Form durch die zufällige Steigung an den Nullstellen variiert, aber immer nur ein Maximum oder Minimum zwischen den Nullstellen aufweist (siehe Abbildung 9.7). Dieses Maximum entspricht der Höhe der Unebenheit der Mosaikoberfläche. Durch Multiplikation der Ausgangswerte lässt sich die Perlin-Noise-Funktion stauchen oder strecken.¹⁷ Das soll dazu genutzt werden um die Ausdehnung einer Unebenheit einzustellen.

Zusammengenommen erlauben die beiden Parameter die Unebenheit analog zu DIN-18202 Toleranzen im Hochbau¹⁸ zu definieren. Die Ebenheitsabweichung wird dort durch ein Stichmaß für eine Strecke zwischen zwei Messpunkten beschrieben. Praktisch kann das mit Hilfe einer Latte und einem Meterstab ermittelt werden. Hier entspricht das Stichmaß dem Wert der Perlin-Noise-Funktion am Maximum oder Minimum und der Abstand der Messpunkte dem der Nullstellen der Funktion.

Um die Funktion mit diesen Parametern aus der realen Welt zu steuern, ist ihre Implementierung in RADIANCE etwas genauer zu untersuchen. Es fehlen nämlich noch die absoluten Werte der typischen Maxima und Minima der Funktion, um einen passenden Divisor für die Umrechnung der gemessenen oder geschätzten Werte für das Stichmaß zu finden. In Abbildung 9.7 sieht man die Ausgabewerte der Perlin-Noise-Funktion für den Eingabewertebereich $x = 0 - 10$ und $y = 0 - 10$ ($x = 0$). Es ergeben sich folgende Maxima und Minima:

¹⁶ Burger 2015, S. 2 f.

¹⁷ Der Multiplikator definiert die Frequenz der Perlin-Noise-Funktion: Burger 2015, S. 9.

¹⁸ DIN 18202:1997 1997.

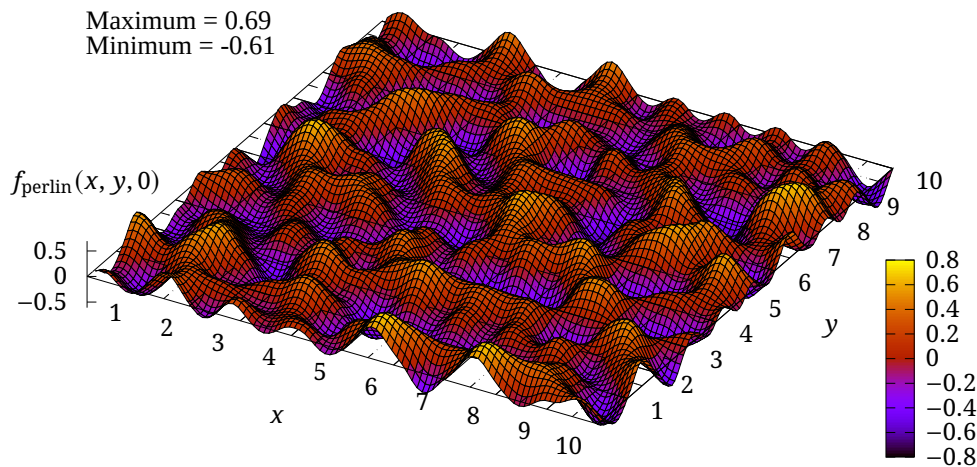


Abbildung 9.7: Basis für parametrisierte Unebenheiten der Mosaikfläche: Perlin-Noise für den Datenbereich von $x = 0 - 10$ und $y = 0 - 10$. Ganzzahlige Werte für x und y sind Nullstellen in der der Perlin-Noise-Funktion. Die absoluten Maxima und Minima im Wertebereich liegen bei $f_{\text{perlin}}(x, y, z) = -0,6$ bzw. $f_{\text{perlin}}(x, y, z) = 0,7$ die typischeren Extremwerte liegen aber bei etwa $\pm 0,5$.

$$\begin{aligned} \min_{\substack{x=0 \rightarrow 10 \\ y=0 \rightarrow 10 \\ z=0}} (f_{\text{perlin}}(x, y, z)) &= -0,61, \\ \max_{\substack{x=0 \rightarrow 10 \\ y=0 \rightarrow 10 \\ z=0}} (f_{\text{perlin}}(x, y, z)) &= 0,69. \end{aligned} \tag{9.3}$$

Die typischeren Werte der größeren Maxima und Minima liegen allerdings bei etwa $\pm 0,5$. Dieser Wert soll als Divisor für die Implementierung des Materialmodells dienen.

So kann die Perlin-Noise-Funktion für Stichmaß und Wellenlänge parametrisiert werden. Die RADIANCE texfunc erwartet allerdings einen Wert in u - und v -Richtung für die Drehung der Oberflächennormale. Das liefert die RADIANCE-Funktionen `noise3x` und `noise3y`, welche die Steigung der Perlin-Noise-Funktion am jeweiligen Punkt in der jeweiligen Raumrichtung zurückgeben. Diese wird für das lokale u, v -Koordinatensystem parametrisiert und dabei gleich noch die Aufteilung in Tesseræ implementiert. So ergibt sich die Funktionsdatei in Listing 9.3, die mit Listing 9.4 aufgerufen und parametrisiert wird.

9.2.3 Fugen

Die Fugen werden im Materialmodell mit Hilfe eines Bildes und des RADIANCE `mixmapict` Modifiers implementiert. In `mixmapict` kann man einen der RGB-Kanäle dazu verwenden, zwei Materialbeschreibungen zu überblenden. Der Wert im Kanal an der jeweiligen Stelle des Bildes stellt ein, in welchem Verhältnis die Materialien gemischt werden. Hier wird eine

```
{mosaic_uv.cal - texfunc for tiling and variance of a mosaic}

{Tiling}
Tu = floor(A2*Lu);
Tv = floor(A2*Lv);

{Perturbation due to inaccuracy}
Imax = tan(A1/180*PI);
xpertI = Imax*fnoise3(Tu,Tv,0);
ypertI = Imax*fnoise3(Tv,Tu,0);

{Perturbation due to bumps}
Bmax = A3/0.5;
Bu = Tu/A2/A4;
Bv = Tv/A2/A4;
xpertB = noise3x(Bu,Bv,0)*Bmax;
ypertB = noise3y(Bu,Bv,0)*Bmax;

{Combined Perturbation}
xpert = xpertB+xpertI;
ypert = ypertB+ypertI;
zpert = 0;
```

Listing 9.3: Funktionsdatei mosaic_uv.cal

```
void texfunc mosaic_tex
4 xpert ypert zpert mosaic_uv.cal
0
4 2 47 0.015 2
```

Listing 9.4: Texfunc mosaic_tex

Datei verwendet, die reines Schwarz und Weiß enthält. So entsteht ein Schalter zwischen den Materialien für die Tesserae und die Fugen. Das Bild zeigt einen Streifen mit dem Fugenraster (Abbildung 9.8). In der Funktionsdatei mosaic_joint_uv.cal lässt sich die Anzahl der Tesserae pro Längeneinheit einstellen und die Anzahl der im Bild dargestellten Tesserae angeben (Listing 9.5).

Dabei wird der grüne Bildkanal verwendet, um mit dem Bild (mosaic_joints.pic) zwischen Tesserae (mosaic_gold) und den Fugen (mosaic_joints) hin- und herzuschalten. Die Funktionsdatei mosaic_joints_uv.cal nutzt die Funktion $[x]$, um die Teilung der Oberfläche in Tesserae umzusetzen und die Bilddatei entsprechend Listing 9.6 auszulesen.

Tabelle 9.2: Parameter für *mosaic_uv.cal*

Parameter	Beschreibung
a_1	Maximaler Winkel in einer Raumrichtung in Grad der zufälligen Schrägstellung der Tesserae.
a_2	Anzahl der Tesserae pro Längeneinheit.
a_3	maximales Stichmaß der Unebenheiten.
a_4	Ausdehnung der Wellen.
L_u	Position auf der Oberfläche in u-Richtung.
L_v	Position auf der Oberfläche in v-Richtung.

```
void mixpict mosaic
7 mosaic_gold mosaic_joints
  green mosaic_joints.pic
  mosaic_joints_uv.cal tile_u tile_v
0
2 47 7
```

Listing 9.5: *Mixpict mosaic*

Abbildung 9.8: Schwarzweiss-Bilddatei mit einigen Tesserae und den Fugen dazwischen. Der schwarze Anteil im Bild entspricht dem Fugenanteil der Moasikoberfläche.

9.2.4 Geometrische Modellierung der Gewölbe

Im geometrischen Modell, das den bisherigen Publikationen zugrunde lag, waren die zweiachsig gekrümmten Flächen der Gewölbe mit unzureichender Auflösung trianguliert. Ursache dieses Problems war eine beschränkte Flexibilität beim Export aus dem CAD-System, die erst spät im Arbeitsprozess deutlich wurde. Das Ergebnis waren unschöne Artefakte in der Darstellung des goldenen Glasmosaiks (Abbildung 9.4). Die Gewölbe des Hauptraums inklusive der Tympanonwände wurden daher gänzlich neu konstruiert.

Unabhängig davon mussten die Gewölbe ohnehin überarbeitet werden, um mit den oben erwähnten lokalen Koordinatensystem arbeiten zu können. Die Richtung und Skalierung des lokalen Koordinatensystems müssen nämlich für alle Dreiecke des geometrischen Modells der Wölbungen definiert werden. Das geschah hier in FORMZ, das entsprechende Werkzeuge bereithält (Abbildung 9.9). Das Ergebnis wurde im OBJ-Format exportiert und mit obj2mesh in

Tabelle 9.3: Parameter für `mosaic_joint_uv.cal`

Parameter	Beschreibung
a_1	Anzahl der Tesserae pro Längeneinheit.
a_2	Anzahl der Tesserae in der Bilddatei
L_u	Position auf der Oberfläche in u-Richtung.
L_v	Position auf der Oberfläche in v-Richtung.

```
{mosaic_joints_uv.cal - Fugen zwischen der Tesserae}  
tile_u = A2*(Lu*A1/A2-floor(Lu*A1/A2));  
tile_v = Lv*A1-floor(Lv*A1);
```

Listing 9.6: Funktionsdatei `mosaic_joints_uv.cal`

das RADIANCE-Mesh-Format umgewandelt. Dieses Format ist in RADIANCE für den effizienten Umgang mit Dreiecks-Meshes gedacht und unterstützt neben der Glättung der Dreiecke auch lokale Koordinaten in der Geometrie.

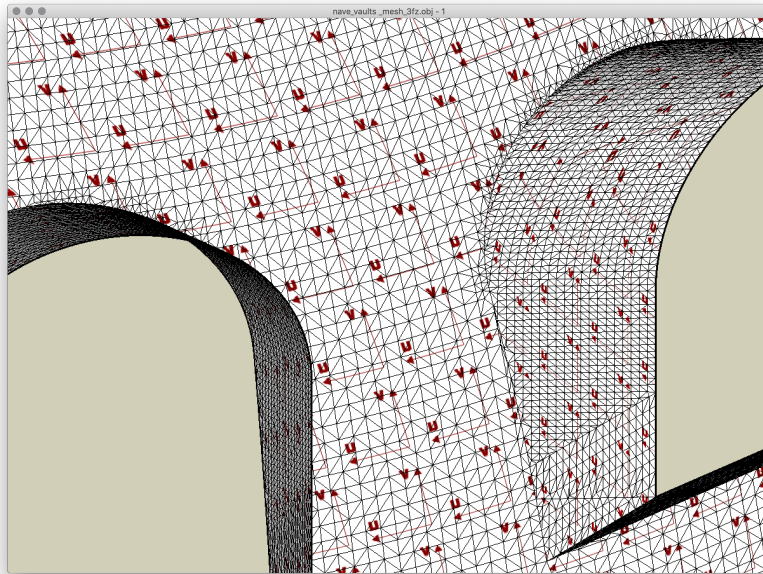


Abbildung 9.9: *Triangulation der gewölbten Flächen und Ausrichtung der lokalen u, v -Koordinaten in der Darstellung des CAD-Systems. Die Ausrichtung passt sich der zweiachsigen Krümmung an, die Skalierung bleibt gleich.*

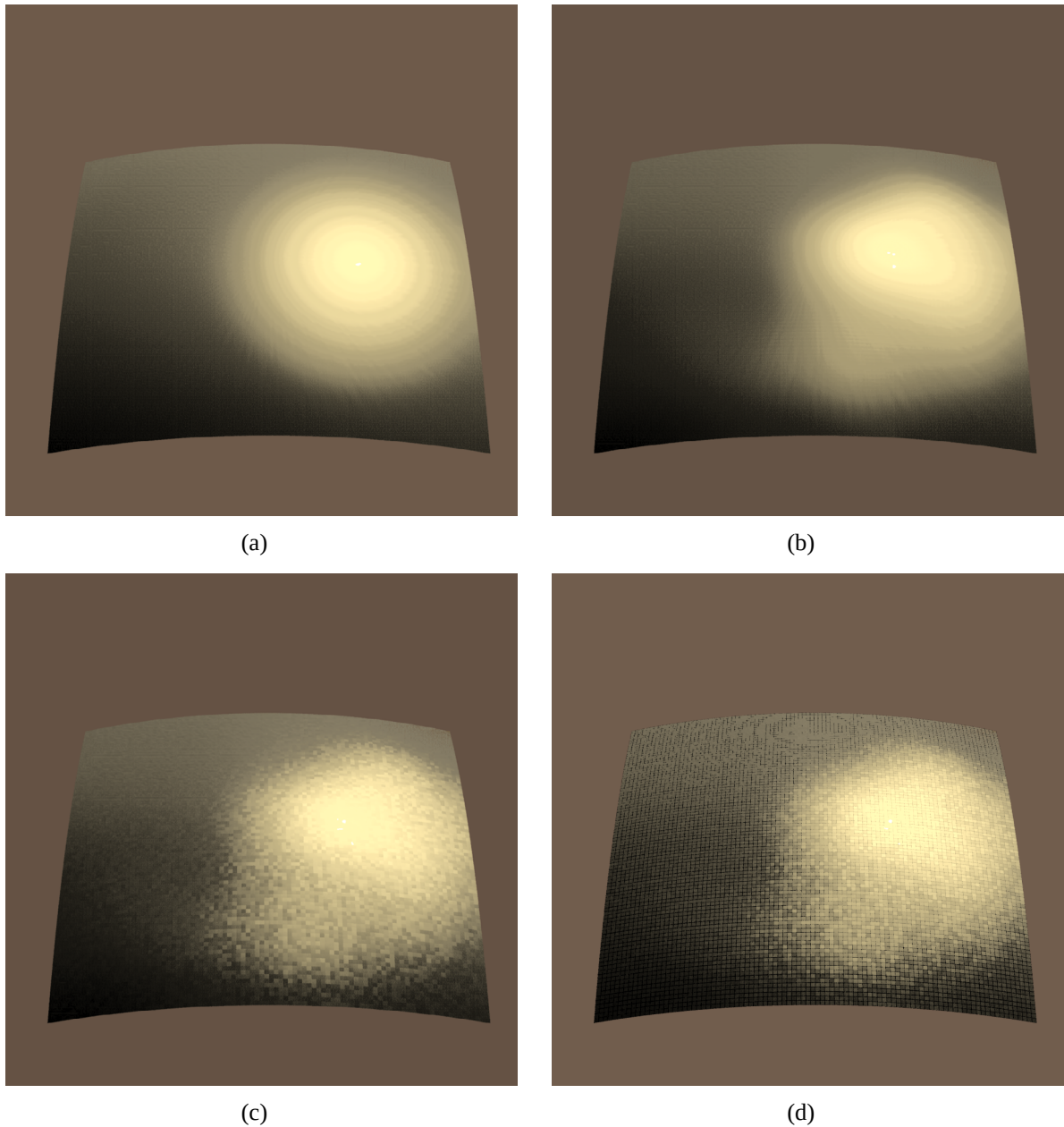


Abbildung 9.10: Entwicklung des Materialmodells für die Tesserae: Reflexionsmodell ohne `texfunc` (a). Wellen in der Oberfläche mit der Perlin-Noise-Funktion (b). Teilung der Oberfläche und Variation der Ausrichtung mit Fractal-Noise (c). Fertiges Modell mit zusätzlichem `mixpict` Modifier für die Fugen (d).

9.3 Reflexionsmodell für die Tesserae auf Basis goniophotometrischer Messungen

Nachdem die geometrisch-optischen Eigenschaften des goldenen Glasmosaiks mit einem parametrischen Modell auf der Meso-Ebene angenähert wurden, steht nun das Reflexionsverhalten der Tesserae selbst im Fokus. Es gilt dafür ein Materialmodell auf der Mikro-Ebene zu entwickeln. Die bisherigen Versuche, das Reflexionsverhalten mit dem RADIANCE Materialmodell `metal` anzunähern, haben keine ästhetisch befriedigenden Resultate gebracht (Abbildung 9.4). Die Vermutung liegt nahe, dass das Reflexionsverhalten auch messbar unrealistisch ist. Das lässt sich durch einen, der folgenden Untersuchung vorgreifenden, Vergleich der Messdaten einer Probe mit verschiedenen Näherungen durch ein Materialmodell belegen: Das RADIANCE-Modell kann nur Teilen der Messkurve angepasst werden (Abbildung 9.11).

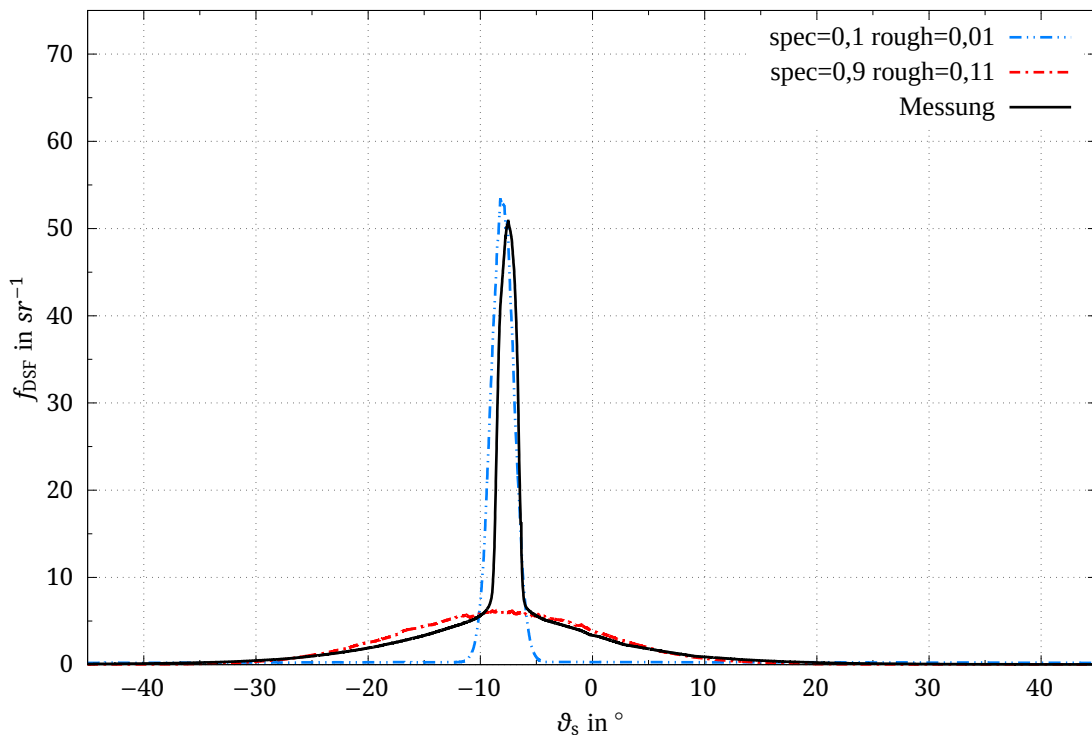


Abbildung 9.11: Vergleich der goniophotometrischen Messung mit zwei optimierten Reflexionsmodellen für $\vartheta_i = 8^\circ$ im Schnitt durch die Reflexionsebene ($\varphi_{i,s} = 0^\circ$). Das erste Modell ist an den herausstehenden Peak spekularer Reflexion angepasst, das zweite an den breiter gestreuten Hintergrund. Das RADIANCE `metal` Modell kann nicht soweit angepasst werden, dass es beide Eigenschaften der Tesserae adäquat wiedergibt.

Ein neuer Ansatz ist also gefragt. Dazu soll im Folgenden eine Probe vermessen und die Ergebnisse als Grundlage für ein Materialmodell dienen, das die Reflexionseigenschaften einer Glasscheibe (RADIANCE `plastic`) und eines Metalls (RADIANCE `metal`) kombiniert. Wie



Abbildung 9.12: Beispiel eines Rohlings für die Herstellung von Tesserae aus dem 12. Jh. Ausstellungsstück aus dem Markusdom in Venedig. Quelle: Archivio Fotografico della Procuratoria di San Marco, © per gentile concessione della Procuratoria di San Marco

einleitend beschrieben, werden die goldenen Tesserae hergestellt, indem man ein Stück Blattgold zwischen zwei Glasscheiben »einbackt«. ¹⁹ Dabei ist die später nach außen gerichtete Scheibe sehr dünn und die nach innen gerichtete deutlich stärker. Letztere stellt so etwas wie einen Träger dar. Das Ergebnis des Herstellungsprozesses sieht man in Abbildung 9.12. Der Rohling wird mit einer Zange in die quadratischen Tesserae gebrochen. ²⁰

Welches Reflexionsverhalten ist von einem solchen Aufbau zu erwarten? Nach außen richten sich zwei mögliche Reflexionsflächen: die Oberfläche der äußeren Glasscheibe und die Grenze zwischen dieser Glasscheibe und der Goldfolie. Die erste Reflexionsfläche wird sich von anderen Glasoberflächen nicht unterscheiden, die zweite wird sich vermutlich wie eine Metalloberfläche verhalten. Durch die Goldfolie selbst wird nur wenig Licht dringen. Andere denkbare Effekte wie Reflexionen im Inneren der Glasscheibe oder das optische Verhalten des Systems am Rand erscheinen weniger bedeutend und sollen hier vernachlässigt werden. Um diese Hypothesen zu stützen und Effekte zu quantifizieren wird eine Probe vermessen.

¹⁹ Bustacchini 1973 geht davon aus, dass eine Schicht Glaspulver auf das Blattgold aufgetragen wurde, die beim Erhitzen zusammenschmilzt.

²⁰ Das Ergebnis zeigt Antoniadis: Antoniadis und Vranousēs 1983, Abb. 153.

9.3.1 Probe von Goldmosaik

Als Probe steht ein Goldmosaik moderner Produktion zur Verfügung (Abbildung 9.13).²¹ Die Probe ist etwas größer als die typischen Tesserae und erlaubt daher die Messung im Goniophotometer mit einem Messfleck mit einem Durchmesser von $d = 7$ mm.

Für das Tessera wurde ein Probehalter konstruiert, in dem die Oberfläche des Plättchens eben zur Messebene verklebt wurde und auf dem PGII Goniophotometer an der Hochschule Luzern vermessen.

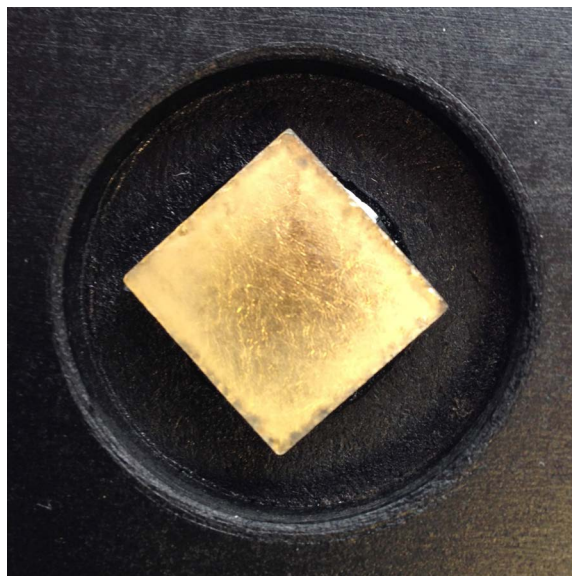


Abbildung 9.13: Modernes Tessera in der Probenhalterung. Das Glasplättchen ist $17\text{ mm} \times 18\text{ mm}$ groß und 5 mm stark. Das äußere Glasplättchen ist etwa 1 mm stark und etwas angegriffen, im Messbereich aber klar. Die Goldfolie zeigt eine leichte Riffelung.

9.3.2 Größen für den Vergleich von Messung und Simulation

Für den Vergleich sollen für die Probe und das Materialmodell Werte für die BSDF (bzw. die DSF) in der Reflexionshemisphäre und der hemisphärische Gesamtreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ ²² berechnet werden.²³ Die DSF charakterisiert die Streuung von Probe und Modell im Vergleich. Damit wird sichergestellt, dass die Leuchtdichten der Reflexionen im Goldmosaik in der Simulation realistisch wiedergegeben werden. Der Vergleich der Gesamtreflexionsgrade stellt sicher, dass bei der Simulation des Raums die Quantitäten richtig ermittelt werden. Aus den DSF-Daten werden

²¹ Die Probe stammt aus dem Busludscha-Denkmal auf dem Berg Chadschi Dimitar in Bulgarien und vermutlich aus den 80er Jahren des letzten Jahrhunderts.

²² Nicodemus u. a. 1977.

²³ Die Vorgehensweise entspricht weitgehend Noback, Grobe und Wittkopf 2016.

zur Veranschaulichung der Ergebnisse Schnitte durch die Reflexionsebene berechnet, also der Ebene, in der Messstrahl und spiegelnd reflektiertes ausfallendes Licht liegen (Abbildung 9.17).

Der hemisphärische Gesamtreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ wird berechnet, indem P_s analog zu Gleichung (6.2) aus allen Messwerten auf der Reflexions-Hemisphäre berechnet wird und das Ergebnis durch P_i geteilt wird.

$$\rho_{2\pi} = \frac{P_s}{P_i} . \quad (9.4)$$

9.3.3 Optimierung des Materialmodells mit einem virtuellen Goniophotometer

Der Ansatz des entwickelten Materialmodells basiert auf der oben ausgeführten Annahme, dass die äußere Glasoberfläche als auch die Goldfolie optisch wirksam sind. Das wird durch die Verwendung einer `mixfunc` realisiert, welche ein `metal` und ein `plastic` zu gleichen Teilen mischt. Dabei repräsentiert das `plastic` die Glasoberfläche, die hier ausschließlich spekulär wirkt und an die Form des Peaks angepasst wird. Das `metal` übernimmt die breitere Hintergrundstreuung (Listing 9.7).

```
# material for the gold-glass mosaic tesserae
void metal mosaic_metal
0
0
5 0.97 0.80 0.40 0.9 0.12

# material for the gold-glass mosaic tesserae
void plastic mosaic_glass
0
0
5 0 0 0 0.05 0

void mixfunc mosaic_gold
4 mosaic_glass mosaic_metal .5 .
0
0
```

Listing 9.7: *Mixfunc mosaic_gold*

Die Parameter des Modells werden in einem iterativen Prozess gefunden. Anfängliche Annahmen werden so lange geändert bis das simulierte Ergebnis für verschiedene Winkel zu den Messwerten passt, bzw. nicht weiter verbessert werden kann. Dabei beeinflussen die *Specularity* des `plastic` und die RGB Werte des `metal` den Gesamtreflexionsgrad. Die *Specularity* von `metal` und `plastic` und die *Roughness* des `metal` beeinflussen die DSF Werte. Ausgangspunkt

für die RGB Werte sind wieder Literaturwerte²⁴, bei den Änderungen bleibt die Relation der Werte und damit die Farbe gleich.

Durch die Arbeit an der Hochschule Luzern zu modernen lichtlenkenden Fassaden steht eine Simulationsanordnung, das Virtual Goniophotometer (VGP), zur Verfügung²⁵, die zur Optimierung genutzt werden kann. Die im Listing 9.7 angegebenen Werte stellen schon das Ergebnis dieses Prozesses dar. Mit Hilfe des VGP soll das Ergebnis validiert werden.

Das VGP nutzt die RADIANCE *photon map* Erweiterung.²⁶ Diese ergänzt das von einem Augpunkt oder einer Messfläche ausgehende Backward Raytracing um eine Forward-Raytracing-Komponente, deren Berechnung von der Lichtquelle ausgeht. Dabei wird eine große Anzahl von virtuellen Photonen von den Lichtquellen aus losgeschickt, wobei die Energie eines solchen Photons von der Gesamtzahl der Photonen und der Stärke der Lichtquelle abhängt. Die Photonen werden an den Oberflächen des geometrischen Modells reflektiert, transmittiert oder absorbiert bis sie schließlich auf einer Oberfläche abgelegt werden. Wird die *photon map* mit dem Backward Raytracing zusammen eingesetzt, werden in einem zweiten Schritt vom Augpunkt aus Teststrahlen verschickt, die wenn sie eine Fläche treffen, die dort abgelegten Photonen einsammeln. Dabei kann eine Bandbreite angegeben werden, wie viele Photonen zur Berechnung der Helligkeit der jeweiligen Fläche eingesammelt werden sollen. Bandbreite und Gesamtzahl der losgeschickten Photonen müssen aufeinander abgestimmt werden. Die Wahl der Bandbreite stellt einen Kompromiss zwischen Rauschen, d. h. zu wenige Photonen werden eingesammelt, und dem sogenannten *Bias* dar, d. h. zu viele, auch weit auseinanderliegende Photonen werden eingesammelt. Durch den Bias verschwinden Details der Lichtverteilung und zwischen deutlich unterscheidbaren Werten ergibt sich ein Verlauf.²⁷

Im Falle des VGP wird das Backward Raytracing übersprungen und die Photonen direkt um die Messpunkte auf einer kugelförmigen Detektorfläche eingesammelt. Die Messpunkte ermittelt das VGP als Messrichtungen aus den Vergleichsdaten des realen Goniophotometers. So berechnet es einen eigenen Wert für jeden Wert der Messung in der exakt gleichen Richtung.

Die Lichtquelle des Goniophotometers wird emuliert, indem das VGP einen Ring als Blende verwendet, in dem ein sogenannter *photonport*²⁸ angebracht ist, der Licht von einer weit entfernten Lichtquelle erhält. Auf diese Weise entsteht ein virtueller Lichtstrahl, der über eine Variation des Blendendurchmessers so angepasst wird (Abbildung 9.14), dass das Ergebnis einer virtuellen Referenzmessung mit der realen übereinstimmt. Der passende Durchmesser, hier $d = 34$ mm, wird iterativ ermittelt (Abbildung 9.15).²⁹

²⁴ Glassner 1995, S. 1167 f.

²⁵ Noback, Grobe und Wittkopf 2016.

²⁶ Schregle 2015a; Schregle, Grobe und Wittkopf 2015.

²⁷ In Abbildung 9.15 sieht man Rauschen an den zackigen Spitzen der Lichtverteilung, den Bias als Abrundung am Fuß der Peaks.

²⁸ Alle von der Lichtquelle ausgehenden Photonen, die nicht durch diesen Port fallen, werden bei der Berechnung verworfen.

²⁹ Dabei ist zu beachten, dass man für kleinere Proben bei den goniophotometrischen Messungen auf die Probe fokussiert. Dort ist der Messfleck dann deutlich kleiner als auf der gedachten Kugel, auf der der Detektor

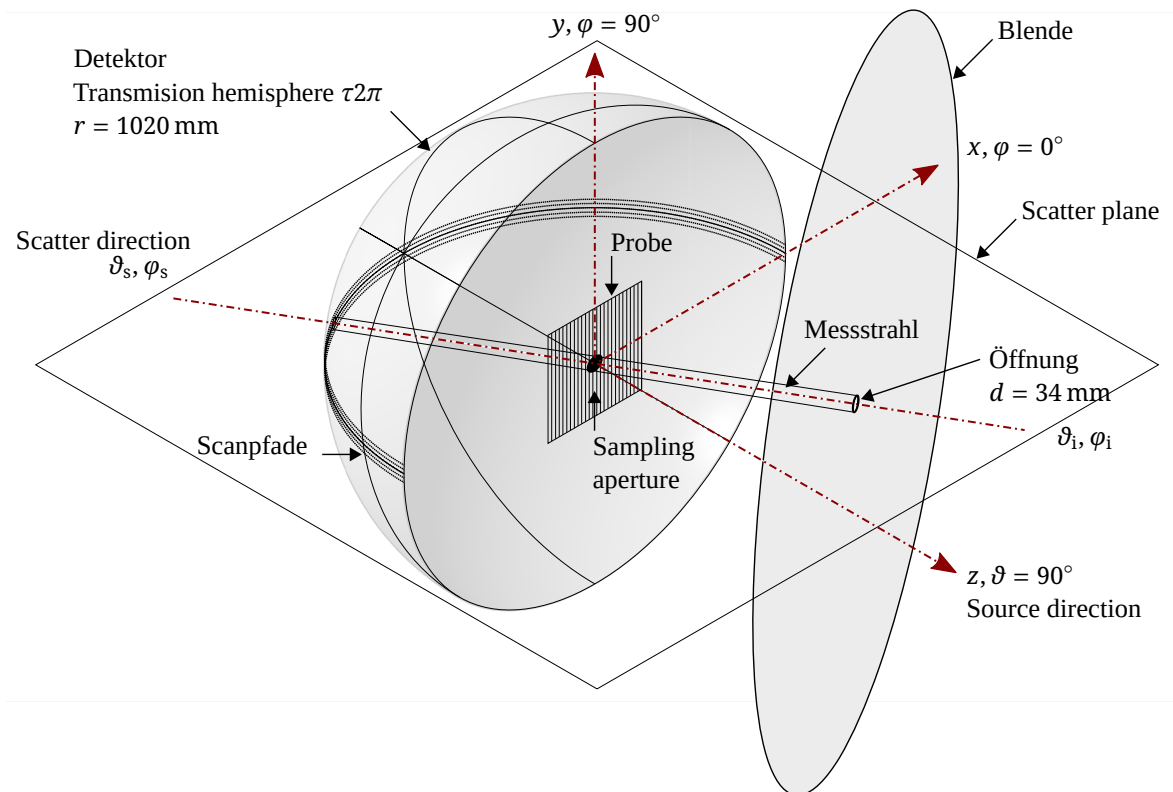


Abbildung 9.14: Geometrie des Virtual Goniophotometer (VGP) am Beispiel einer Transmissionsmessung. Quelle: Noback, Grobe und Wittkopf 2016.

Mit Hilfe der virtuellen Referenzmessung kann für jede gemessenen Eingangsrichtung des Goniophotometers ein vergleichbarer Datensatz von DSF Werten und die Gesamreflexionsgrade berechnet werden.

9.3.4 Ergebnisse

Die Schnitte durch die DSF-Messungen an der Probe zeigen einen akzentuierten Peak symmetrisch zur Einfallsrichtung (Abbildung 9.17). Um diesen Peak herum findet sich eine glockenförmige Erhöhung der DSF-Werte. In der Projektion der DSF-Daten der Reflexionshemisphäre (Abbildung 9.16) kann man erkennen, dass diese Erhöhung leicht oval ist, also eine leichte Anisotropie zeigt. Der Peak in den Messdaten steigt bei größeren Einfallswinkeln ϑ_i an, der glockenförmige Hintergrund bleibt fast gleich, nur bei $\vartheta_i = 60^\circ$ ist er etwas geringer. Der Gesamreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ fällt mit größeren Einfallswinkeln erst leicht, bei $\vartheta_i = 60^\circ$ stärker, ab (Tabelle 9.4).

bewegt wird. Das VGP nutzt quasi paralleles Licht ($\alpha_i = 0,5^\circ$), also einen Strahl mit nahezu konstantem Durchmesser.

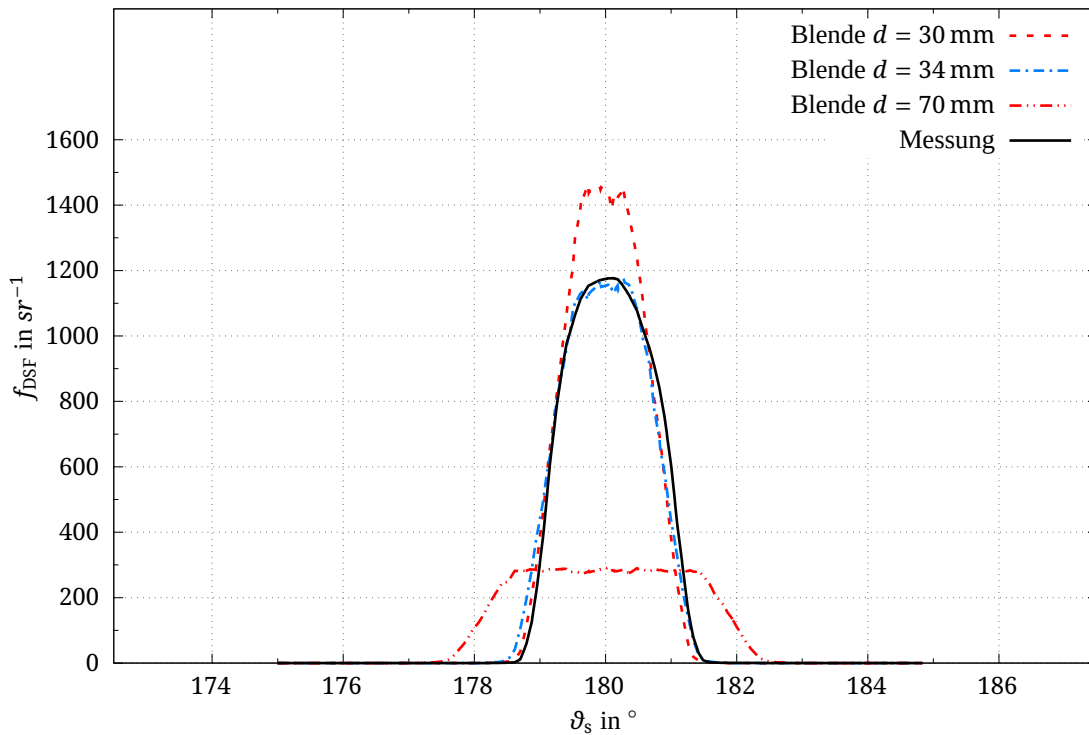


Abbildung 9.15: Referenzmessung für die Reflexionsmessung der Probe und virtuelle Referenzmessungen mit verschiedenen Blendendurchmessern im Virtual Goniophotometer (VGP). Für die Optimierung des Materialmodells wurde die Blende mit einem Durchmesser $d = 34$ mm gewählt. Quelle Noback, Grobe und Wittkopf 2016.

Die Berechnungen des Materialmodells zeigen ebenfalls einen Peak mit einem glockenförmigen Hintergrund. Für die Einfallswinkel $\vartheta_i = 30^\circ$ und $\vartheta_i = 45^\circ$ sind die Profile in Form und Höhe den Messdaten sehr ähnlich (Abbildung 9.17). Auch die Berechnungen zeigen einen Anstieg des Peaks bei größeren Einfallswinkeln ϑ_i , allerdings nicht so stark wie die Messdaten. Der glockenförmige Hintergrund steigt im Gegensatz zu den Messdaten bei größeren Einfallswinkeln ϑ_i ebenfalls an. Der Gesamtreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ liegt jeweils nah an den Messergebnissen, allerdings steigt er bei größeren Einfallswinkeln ϑ_i an und zeigt keinen Abfall bei $\vartheta_i = 60^\circ$.

	$\vartheta_i = 15^\circ$	$\vartheta_i = 30^\circ$	$\vartheta_i = 45^\circ$	$\vartheta_i = 60^\circ$
Messung	0,594	0,581	0,550	0,494
Modell	0,558	0,560	0,564	0,584

Tabelle 9.4: Gesamtreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ des Tessera für $\vartheta_i = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° ; $\varphi_i = 0^\circ$

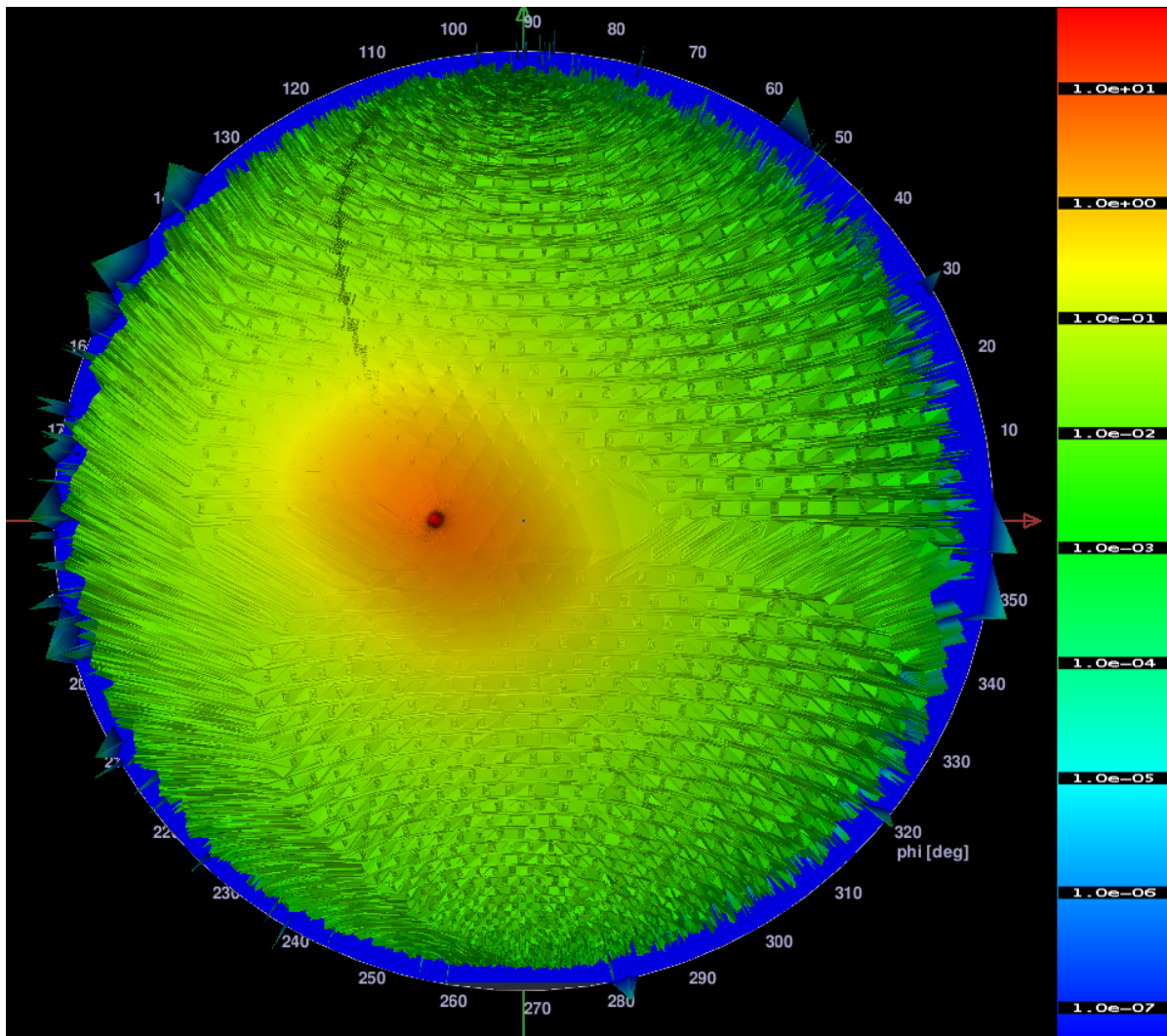


Abbildung 9.16: Projektion der DSF-Daten der Reflexionshemisphäre für $\vartheta_i = 15^\circ$ und $\varphi_i = 0^\circ$ in logarithmischer Darstellung (Datenbereich: 10^{-7} bis 10^1). Die leicht ovale Form der Hintergrundreflexion zeigt eine leichte Anisotropie im Reflexionsverhalten der Goldfolie.

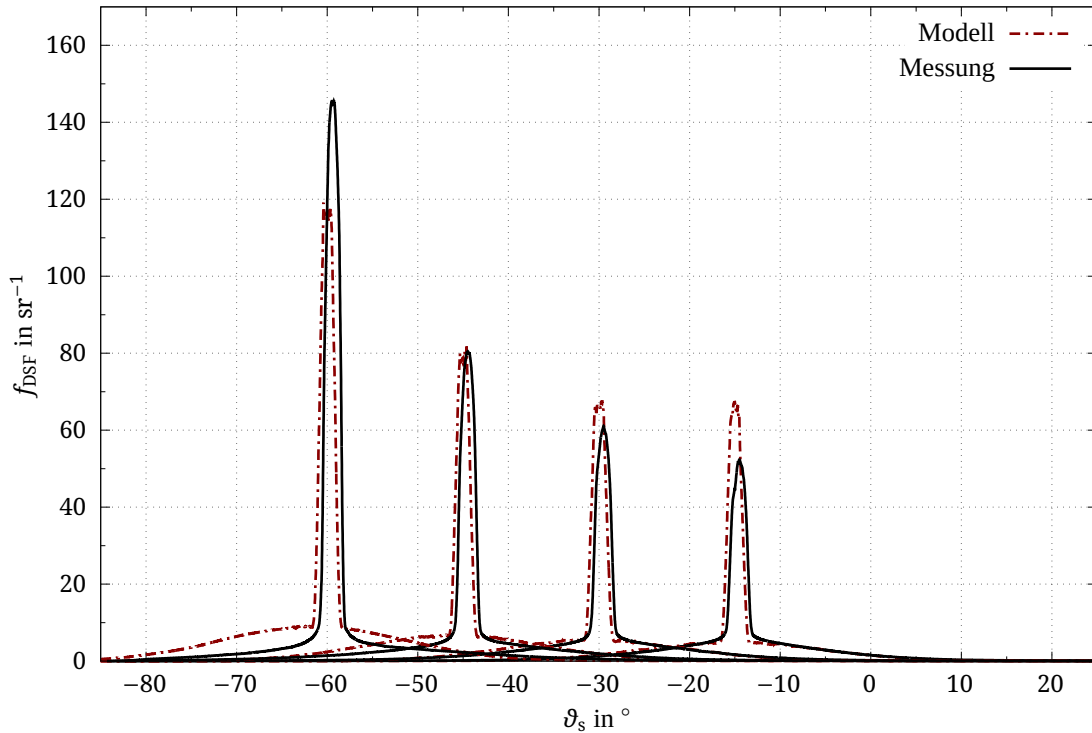


Abbildung 9.17: Ergebnis der Berechnungen des Materialmodells mit dem VGP im Vergleich zu den goniophotometrischen Messung der Probe: DSF-Werte im Schnitt durch die Reflexionsebene ($\varphi_i = 0^\circ$; $\varphi_s = 0^\circ$) für Einfallswinkel von $\vartheta_i = 15^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ und 60° .

9.3.5 Bewertung des Materialmodells

Der Vergleich zeigt, dass ein kombiniertes Material die Eigenschaften der Probe sowohl qualitativ als auch quantitativ gut nachbilden kann. Das gilt insbesondere für die mittleren Einfallswinkel $\vartheta_i = 30^\circ$ und $\vartheta_i = 45^\circ$, die der Optimierung zu Grunde liegen. Für größere Einfallswinkel ϑ_i weicht der gestreute Hintergrund immer weiter ab. Hier passt das RADIANCE meta l Modell nicht so gut zum Verhalten der Probe.³⁰ Ähnlich verhält es sich mit dem Anstieg des Peaks bei größeren ϑ_i : Qualitativ kann das Modell die Eigenschaften der Probe wiedergeben, der Peak steigt aber nicht stark genug an. Der Gesamtreflexionsgrad $\rho_{2\pi}$ des Modells und der Messungen verhalten sich entgegengesetzt. Das Modell kann die vermutlich zunehmende Reflexion innerhalb der Glasschicht nicht wiedergeben.³¹ Der Abfall der Messungen bei $\vartheta_i = 60^\circ$ deutet darauf hin, dass bei diesem Winkel ein Teil des Messstrahls schon über den Rand der Probe hinausreicht. Die leichte Anisotropie könnte man mit einer Anpassung des Materialmodells

³⁰ Zur grundsätzlichen Problematik solcher »gefitteten« Materialien: Apian-Bennwitz 2011; Eine große Anzahl von Beispielen unter: Apian-Bennwitz 2010a.

³¹ Computergrafische Berechnung eines solchen Materialverhaltens in: Jakob u. a. 2014.

wiedergeben, wegen der vermutlich zufälligen Ausrichtung der Tesserae in φ -Richtung wird aber darauf verzichtet.

Insgesamt sind die Abweichungen zwischen Messungen und Berechnungen gering im Vergleich zu den möglichen Abweichungen zwischen der modernen Probe und den in der Hagia Sophia verwendeten Tesserae. Das kombinierte Modell stellt eine deutliche Verbesserung gegenüber den vorangegangenen Versuchen dar.

9.4 Komplexe Materialmodelle historischer Materialien

Das hier vorgestellte Modell beschränkt sich auf den goldenen Hintergrund des Goldmosaiks in der Gewölbezone. Die architektonisch bedeutsame ornamentale Gliederung dieser Zone entlang abgerundeter Kanten und wichtiger geometrischer Linien oder die noch sichtbare oder überlieferte Dekoration mit Kreuzen³² lassen sich nur durch zusätzliche geometrische Differenzierung innerhalb des Modells erreichen (Abbildung 4.3). Der Verfasser hat Ansätze auf einer RADIANCE-Konferenz vorgestellt (Abbildung 9.18).³³ Die Modellierung der Ornamente mit ihren geometrischen und bauhistorischen Problemen würde aber den Rahmen dieser Arbeit sprengen und hat keine erkennbare Auswirkungen auf die Beleuchtung.

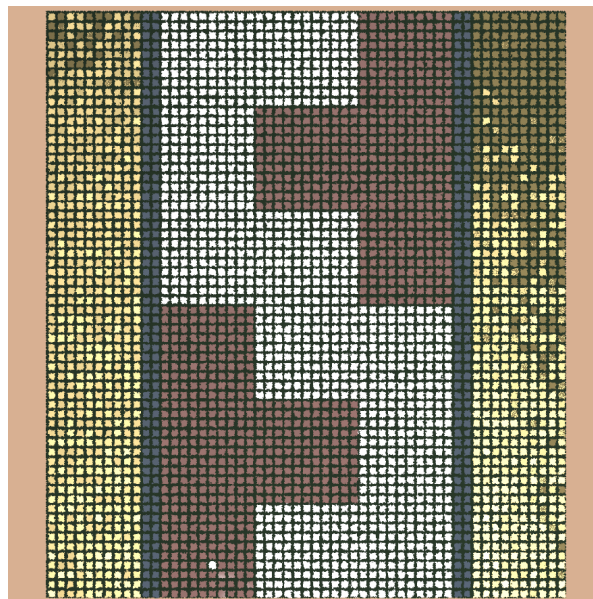


Abbildung 9.18: Probefläche für die geometrische Modellierung und parametrische Variation der Oberflächenausrichtung zur Integration der Ornamentik in das Modell der Hagia Sophia. Quelle Noback 2012.

³² Gemeint ist das von Paulus in Vers 506f hervorgehobene Kreuzzeichen in Mitte der Kuppel.

³³ Noback 2012.

Die Parameter des Materialmodells für das Goldmosaik sind hier aufgrund von Beobachtungen eingestellt worden. Eine genaue Vermessung der Geometrie, also die Schrägstellung der Tesseræ, ihr Abstand (Fugen) und die Welligkeit des Untergrundes an typischen Stellen im Gebäude kann die Genauigkeit des Modells erhöhen. Für das Reflexionsverhalten der einzelnen Tesseræ gilt das Gleiche wie schon für Marmor und Goldmosaik: Die Messung von historischen Proben und die Untersuchung von Herstellung und Alterung sind auch für dieses Material noch weiter zu erforschen. Erst dann ist eine Überprüfung des Materialmodells als Ganzes möglich. Gerade dieses Materialmodell ist aufgrund der besonderen Eigenschaften, des hohen Reflexionsgrades und der großen Fläche von herausragender Bedeutung für das Lichtkonzept und damit für die Architektur der Hagia Sophia.

So versteht sich das Modell als Zwischenstand einer beispielhaften Vorgehensweise im Umgang mit derartigen mesostrukturierten Materialien. Die einzelnen Aspekte des Modells darf man sich als erweiterbar und austauschbar vorstellen. Dabei können die hier vorgestellten analytischen bzw. parametrischen Modelle mit datenbasierten Modellen kombiniert werden. Aus Sicht der Computergrafik bedient sich das hier gezeigte Modell relativ einfacher und länger bekannter Mittel. Modernere und flexiblere Materialmodelle müssten in RADIANCE aber zunächst implementiert und überprüft werden. Verallgemeinernd kann aber festgestellt werden, dass mesostrukturierte Materialien wie das Goldmosaik *räumlich variable* Modelle für die winkelabhängige Reflexion, den Reflexionsgrad bzw. die Farbe und geometrische Eigenschaften wie Höhe oder Orientierung implementiert werden müssen. Den Modellen sind geeignete Mess- und Überprüfungsverfahren gegenüberzustellen. Als Resultat entsteht ein *hybrides* oder *komplexes* Materialmodell, das sich für die Simulation nutzen lässt (Abbildung 9.19).

Den hier vorgestellten Ansatz, ein solches komplexes Materialmodell zu implementieren, könnte man als *analytisch-parametrisch* oder *konstruktivistisch* bezeichnen. *Analytisch-parametrisch* ist diese Vorgehensweise auf der operativen Ebene: Einzelne Phänomene des komplexen Materials werden analysiert und modelliert. Dabei wird das Modell entlang der einzelnen Phänomene parametrisiert, wie die Größe und Ausrichtung der Tesseræ. Der letzte Abschnitt zum Reflexionsverhalten der verschiedenen Schichten der Tesseræ zeigt, dass diese Vorgehensweise besonderes Gewicht erlangt, wenn sie *empirisch* gestützt wird. Als konstruktivistisch kann dieser Ansatz aus einer erkenntnistheoretischen Sicht bezeichnet werden, indem er explizit ein Modell der Realität in den Mittelpunkt stellt, das durch weitere Erkenntnisse verfeinert werden kann. Deutlich wird der konstruktivistische Charakter, wenn man ihn mit Materialmodellen vergleicht, die in irgendeiner Form *datenbasiert* sind, wie die im Wesentlichen auf photographischen Aufnahmen basierenden Modelle der Marmoroberflächen im vorangegangenen Kapitel. Diesen liegen keine Vorstellungen zugrunde, wie und weshalb sich die Farben über die Oberfläche hinweg ändern. Noch deutlicher wird der Gegensatz, wenn man Vorgehensweisen betrachtet, die Geometrie, Farbe und Reflexionsverhalten historischer Artefakte automatisiert erfassen, wie das vom Fraunhofer Institut für grafische Datenverarbeitung vorgestellte CultLab3D.³⁴

³⁴ Santos u. a. 2014.

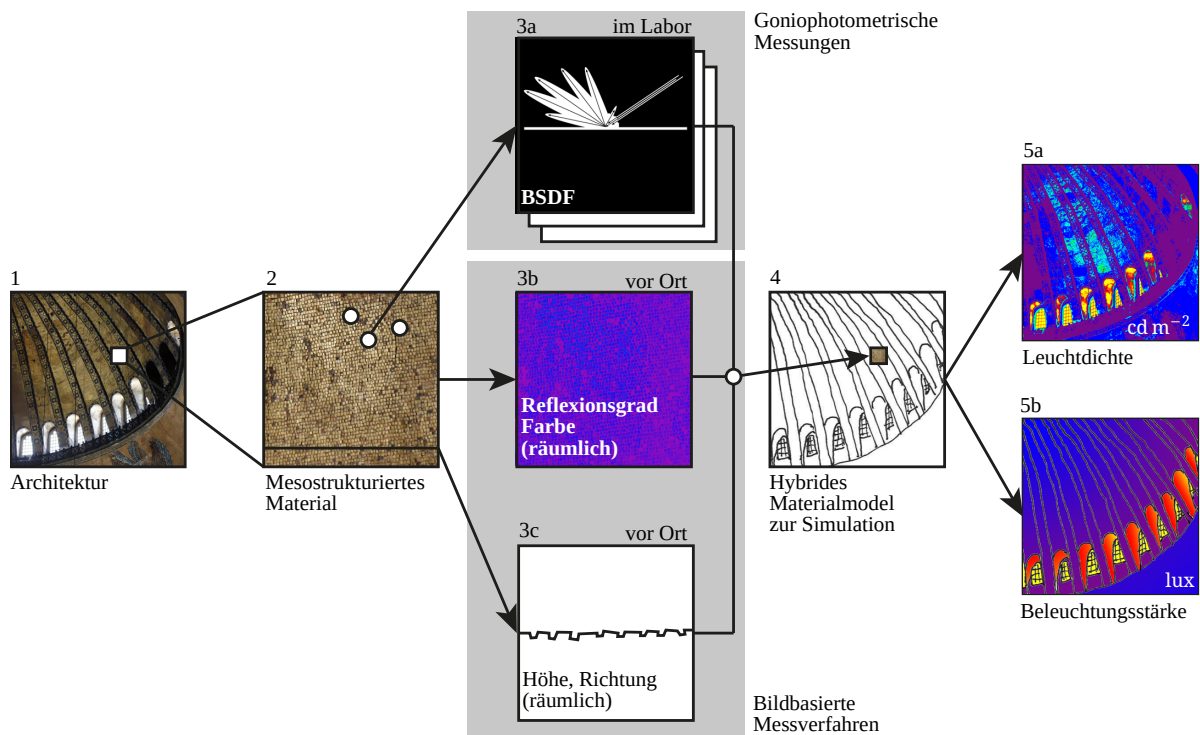


Abbildung 9.19: Verallgemeinerte Genese hybrider Materialmodelle. 1. Im Kontext der Architektur bzw. des makroskopischen geometrischen Modells werden mesostrukturierte Materialien identifiziert. 2. Die Aspekte ihres optischen Verhaltens werden isoliert und Materialmodellen zugeordnet und 3. anhand von geeigneten Messverfahren im Labor und vor Ort parametrisiert. 4. Durch Integration entsteht ein hybrides Materialmodell innerhalb der Simulation, mit der sich 5. Beleuchtungsstärken und Leuchtdichten für die Auswertung gewinnen lassen. Abbildung: Hochschule Luzern.

Warum erfordert dieser Gegensatz an dieser Stelle Aufmerksamkeit? Das erklärt sich aus dem Kontext der Materialmodellierung innerhalb der Lichtsimulation historischer Umgebungen, insbesondere ihr Bezug zur vorangegangenen Rekonstruktion und zur folgenden Analyse künstlerischer Strategien. Betrachtet man den ersten Aspekt, kann man die Modellierung des Glasmosaiks und der anderen Materialien als Weiterführung der Rekonstruktion des Gebäudes im Kleinen auffassen: Auf Basis der materiellen und textlichen Quellen werden die Materialien in einem analytisch-kreativen Prozess rekonstruiert. Das schärft den Blick für die Grenzen und Probleme des Modellierungsprozesses: Zu den materialspezifischen Fragen der Genauigkeit von Messungen oder der Beschränkungen bestimmter Materialmodelle treten die Fragen zum Erhaltungszustand der Oberflächen, der zeitlichen Zuordnung zum untersuchten Bauzustand, der Vollständigkeit etc. Dadurch weist sich die Modellierung der Materialien wie die Rekonstruktion als heuristisches Werkzeug aus.

Erkenntnistheoretisch schlägt die Herangehensweise eine Brücke zur Analyse künstlerischer Strategien, die sich am Glasmosaik besonders gut zeigen lässt: Die Parameter und inkorporierten Phänomene der Materialmodelle sind eng verbunden mit den handwerklichen Stellschrauben

und den herausgearbeiteten Effekten künstlerischer Oberflächengestaltung. Die Materialmodellierung lässt sich so als Nachschöpfung handwerklich-künstlerischer Arbeit am tatsächlichen Material verstehen. Die partielle Überprüfung einzelner Phänomene und Eigenschaften des Modells, wie die vergleichende Bestimmung der Reflexionsgrade und DSF-Verteilung, helfen das Modell zu verbessern und die in ihm manifestierten Annahmen zu Material und den damit verwobenen künstlerische Prozessen zu stützen. Gleichzeitig qualifiziert sich das auf eine solche Weise iterativ verbesserte und im Modell zusammengefasste Wissen selbst als zusätzliches Produkt der Lichtsimulation historischer Gebäudezustände.