

# Index

- $\sigma(a)$ , 49
- $d_\infty$ , 2
- $d_p$ , 2
- $(\cdot, \cdot)$ , 35
- $(\mathcal{A}_b, \|\cdot\|_\infty)$ , 71
- $(x \perp y)$ , 38
- $A$  trägt  $E$ , 70
- $A'$ , 27
- $A'_1$ , 56
- $A^\perp$ , 38
- $B(E, F)$ , 21
- $C^*$ -Algebra, 58
- $E$  von  $B$  getragen, 71
- $E$  wird von  $A$  getragen, 70
- $E'$ , 21
- $H_2^1$ , 43
- $\text{Inv}(A)$ , 51
- $K(E)$ , 82
- $K(E, F)$ , 82
- $L^1([0, 1])$ , 2
- $L^2([a, b])$ , 36
- $M_t$ , 66
- $N$ , 28
- $P_K$ , 37
- $R(A)^\circ$ , 28
- $\mathbb{K}$ , 17
- $\Phi$ , 63
- $\Phi_b$ , 64
- $\Phi_b(f)$ , 63
- $\Re A$ , 60
- $\mathcal{B}_b$ , 68
- $\mathcal{C}$ , 81
- $\mathcal{C}(\sigma(b))^+$ , 64
- $\mathcal{C}[0, 1]$ , 2
- $\mathcal{C}_0(X)$ , 61
- $\mathcal{L}^1([0, 1])$ , 2
- $\mathcal{P}[0, 1]$ , 12
- $\mathcal{P}$ , 89
- $\mathcal{R}[0, 1]$ , 2
- $\mathcal{R}_\lambda(a)$ , 51
- $\exp$ , 59
- $\int f dE$ , 71
- $\langle x, x' \rangle$ , 27
- $\mathbf{t}$ , 63, 64
- $\mathcal{G}$ , 63
- $\mathfrak{F}$ , 45
- Kom, 74
- Lin, 41
- $\|\cdot\|$ , 17
- $\|\cdot\|'$ , 20
- $\|\cdot\|_p$ , 17
- $\|\cdot\|_\infty$ , 17
- $\|f\|$ , 36
- $\partial\sigma_A(b)$ , 52
- $\rho(a)$ , 49
- $\sigma_c(T)$ , 50
- $\sigma_p(T)$ , 50
- $\tilde{\Phi}_T$ , 68
- \*-Algebra, 58
- $\circ N(A')$ , 28
- $f(b)$ , 63, 64
- $l^p$ , 17
- $r(a)$ , 53
- (ONB), 40
- (ONS), 38

- Abbildung
  - abgeschlossen, 23
  - isometrische, 3
  - linear
    - offen, 22
- abgeschlossen, 6
- Abschluß , 90
- Abschluss, 7
- Abzählbarkeitsaxiom
  - 1-tes, 33
  - 2-tes, 33
- Adjungierte Abbildungen, 27
- Algebra, 49
  - Banach-\*, 58
  - erzeugt von, 56
  - involutiv, 58
  - normierte, 50
- Algebra  $A \subset \mathcal{C}(X)$ 
  - verschwindet nirgends, 60
- Algebra  $A \subset \mathcal{C}(X)$ 
  - invariant
    - Konjugation, 60
    - Punkte trennend, 60
- Anfangswertproblem, 5
- Annihilator, 28
- Annullator, 28
- anti-hermitesch, 59
- Anti-Isomorphismus
  - isometrisch, 41
- Approximation
  - beste, 39
  
- Banach-\*-Algebra, 58
- Banach-Divisionsalgebra, 57
- Banach-Raum, 17
- Banachalgebra, 50
- Berührungspunkt, 90
- beschränkt, 9
  - linear
    - Abbildung, 20
- beschränkte Operatoren, 21
- Bidual, 27, 28
- Bidualraum, 27
- Bild
  - Operator, 28
  
- Bilinearform
  - symmetrisch, 35
- Cauchy-Folge, 2
  
- Dim, 47
- Dirac-Maß , 67
- Dreiecksungleichung, 17
- Dualraum, 21
  
- Einbettung, 27
  - in Bidualraum , 27
- Einselement, 58
- Exponentialfunktion, 59
  
- Faktorraum, 55
- Fixpunkt, 4
- folgenkompakt, 9
- Fourierkoeffizient, 45
- Frechetraum, 23
- Fredholmsche Alternative, 87
- Funktion
  - analytisch, 51
  - identische, 64
  - konsante, 64
  - verschwindet im Unendlichen, 61
- Funktional
  - linear, 21
- Funktionale
  - multiplikative, 56
- Funktionalkalkül
  - Borelsche Funktionen, 68
  - hermitesche Elemente
    - stetiger Funktionen, 63
  - Stetiger Funktionen
    - normale Elemente, 64
    - stetiger Funktionen, 63
- Funktionen
  - Borelsch, 68
  
- Gelfandraum, 56
- Gelfandtransformation, 56, 63
- gleichstetig, 81
- Gleichung
  - Parsevalsche, 40

- Graph
  - von Abbildung, 23
- Hahn-Banach, 23, 24
- Hahn-Banach-Satze, 26
- Halbmetrik, 1
- Halbmetriken
  - äquivalent, 13
- Halbnorm, 17
- Heine-Borel, 11
- hermitesch, 42, 58
- Hilbertdimension, 41
- Hilbertraum, 36
  - direkte Summe, 65
- Hilbertraumsumme, 65
- Holdersche, 19
- Homomorphismus
  - \*, 62
  - \*-Algebren, 62
  - Algebren, 55
- Ideal, 55
  - echt, 55
  - maximal, 55
- induktiv, 22
- Inneres, 7
- Integralgleichung, 5
  - Volterrasche, 13
- Involution, 58
- Isometrie, 3
- Isomorphismus
  - \*, 62
  - Algebren, 55
- Kategorie, 8
  - 1., 7
  - 2., 7
- Kern
  - offener, 7, 90
  - Operator, 28
- Kommutante, 74
- kompakt, 9
- Komplement
  - orthogonal, 38
- Konjugation, 44
- konvergent
  - gegen Punkt, 2
- konvergiert, 2
- konvex, 37
- Kugel, 6
  - abgeschlossene, 6
  - offene, 6
- Lemma
  - Zorn, 23
- linear
  - Abbildung, 21
- Lipschitz-Bedingung, 8
  - rechtsseitige, 8
- Lipschitz-beschränkt, 5
- lokal kompakt, 61
- Losung, 44
  - schwach, 43
- Maß
  - Träger, 67
- Mengen
  - offene, 89
- Menge
  - dicht, 90
  - gerichtet, 91
  - induktiv geordnet, 23
  - kompakt, 90
  - nirgends dicht, 90
  - orthonormal, 66
  - relativ kompakt, 90
  - von 1. Kategorie, 90
  - von 2. Kategorie, 90
- Mengen
  - abgeschlossene, 89
- Metrik, 1
- Multiplikation, 49
- Multiplikationsoperator, 66
- Netz, 91
  - konvergent, 91
- Norm, 17
- normal, 42, 58
- Nullmenge, für  $E$ , 71
- offen, 6

- Operator
  - adjungierter, 27
  - kompakt, 82
  - positiv, 79
  - positiver, 63, 65, 68
- orthogonal, 38
  - paarweise, 38
- Orthonormalbasis, 40
- Orthonormalisierungsverfahren
  - Gram-Schmidt, 41
- Parallelogrammgleichung, 36
- Polarisationsformel, 36
- präkompakt, 10
- Prahilbertraum, 36
- Projektion, 32, 37
  - orthogonal, 38
- Punkt
  - innerer, 90
- Punktauswertung, 15
- Punkte
  - trennen, 56
- Punktspektrum, 50
  - approximatives, 50
- Quotientenraum, 20
- Randwertproblems
  - schwache Lösung, 44
- Raum
  - 1-Punkt kompaktifizierung, 61
  - halbmetrischer, 1
  - halbnormierter, 17
  - lokal kompakt, 61
  - metrischer, 1
  - normierter, 17
  - separierten, 1
  - topologischer, 89
  - vollständig, 3
- reflexiv, 29
- Reihe
  - geometrische, 50
  - Neumannsche, 50
- relativ kompakt, 10
- Resolvente, 51
- Resolventenmenge, 49
- Restspektrum, 50
- Satz
  - abgeschlossener Graph, 23
  - Alaoglu, 30
  - Arzela-Ascoli, 81
  - Baire, 7
  - Banach-Steinhaus, 21
  - Banachscher Fixpunkt, 4
  - Fischer-Riesz, 45
  - Gelfand, 53
    - Darstellungssatz, 56
  - Gelfand- Mazur, 55
  - Gelfand-Naimark
    - Darstellungssatz, 61
  - Hahn-Banach
    - komplexe Version, 25
    - reelle Version, 24
  - Holdersche Ungleichung, 18
  - Jordan-von Neumann, 36
  - Lax-Milgram, 43
  - Münzwurf, 15
  - Minkowski-Ungleichung, 18
  - offene Abbildung, 22
  - Picard-Lindelöf, 5
  - Prinzip
    - der gleichmäßigen Beschränktheit, 21
  - Riesz I, 41
  - Riesz II, 42
  - Stone-Weierstraß, 60
  - Vertauschung, 59
  - Vervollständigung, 3
- Satz des Pythagoras, 38
- schwache, 30
- selbstadjungiert, 42, 58
- separabel, 33
- Sesquilinearform
  - hermitesch, 35
- Skalarprodukt, 35
- Sobolevraum, 43
- Spektralmaß, 69
- Spektralmaß
  - Borelsch, 70
- Spektralmaß von  $T$ , 70
- Spektralradius, 53

- Spektralsatz
  - normale kompakte Operatoren, 85
- Spektralsatz I
  - normale Operatoren, 67
- Spektralsatz II
  - normaler Operator, 73, 75
- Spektralsatz III
  - selbstadjungierter Operator, 76
- Spektralschar, 76
- Spektrum, 49, 56
  - kontinuierliche, 50
- stetig, 6, 8, 11, 90
  - gleichgradig, 81
  - gleichmäßig stetig, 11
  - im Punkt, 11
  - im Punkt  $p \in X$ , 90
- Sturm-Liouville
  - Differentialgleichung, 43
- Summe
  - direkte
  - topologische, 32
- System
  - orthonormal, 38
- Teilmengen
  - orthogonal, 38
- Teilnetz, 91
- Topologie, 89
  - diskrete, 89
  - indiskrete, 89
  - induzierte, 90
  - relative, 90
  - schwach\*-, 29
  - schwache, 29
  - von  $A$  erzeugt, 90
- Topologien
  - feiner, 90
  - gröber, 90
  - schwächer, 90
  - stärker, 90
- total beschränkt, 10
- trennen
  - punkte, 15
- trennt, 15
- Trennungsaxiom
  - Hausdorffsch, 10
- Treppenfunktion, 79
- Umgebung, 90
- Ungleichung
  - Besselsche, 39
  - Cauchy-Schwarz, 35
  - Holdersche, 18
  - Minkowski, 18
- unitar, 42
- Unterraum
  - invariant, 65
  - zyklisch, 65
- Unterraumtopologie, 90
- Vektorraum
  - $F$ -Raum, 23
  - topologischer, 19
- Vektorraumdimension, 41
- Vertauschungssatz, 59
- Vervollständigung, 3
- Zerlegung
  - orthogonal, 38, 41
  - zyklisch, 65