

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort	vii
1 Metrische Räume	1
1.1 Grundbegriffe	1
1.2 Konvergenz in metrischen Räumen	2
1.3 Einige Sätze und ihre Anwendungen	3
Satz über die Vervollständigung	3
Banachscher Fixpunktsatz	4
Durch eine Metrik induzierte Topologie	6
Satz von Baire	7
1.4 Kompaktheit	9
1.5 Stetigkeit	11
1.6 Übungen, Beispiele, Ergänzungen	12
2 Normierte Räume	17
2.1 Grundbegriffe	17
2.2 Lineare Operatoren	20
Stetige lineare Operatoren	20
Prinzip der gleichmäßigen Beschränktheit	21
Satz von der offenen Abbildung	22
Satz vom abgeschlossenen Graphen	23
2.3 Die Sätze von Hahn-Banach	23
Satz von Hahn-Banach, reelle Version	24
Satz von Hahn-Banach, komplexe Version	25
Folgerungen	25
Adjungierte Abbildungen	27
Reflexivität	29
Schwache Topologie und Schwach*-Topologie	29
2.4 Übungen, Beispiele, Ergänzungen	31
3 Hilberträume	35
3.1 Grundbegriffe	35
3.2 Konvexität und Orthogonalität	37
3.3 Orthonormalbasen	38

	Orthonormalsysteme	38
	Orthonormalbasen	39
3.4	Operatoren auf Hilberträumen	41
	Darstellungssatz von Riesz	41
	Adjungierte Operatoren	42
	Satz von Lax-Milgram	43
3.5	Übungen, Beispiele, Ergänzungen	44
4	Spektraltheorie	49
4.1	Grundbegriffe	49
4.2	Der Spektralradius	53
	Charakterisierung des Spektralradius	53
	Satz von Gelfand-Mazur	55
4.3	Gelfandsche Darstellungstheorie	55
	Das Spektrum einer Banachalgebra	56
	C^* -Algebren	58
	Satz von Gelfand-Naimark	60
	Stetiger Funktionalkalkül	62
	Ein Spektralsatz für normale Operatoren auf einem Hilbertraum	65
4.4	Integration bezüglich einem Spektralmaß	69
4.5	Weitere Spektralsätze für Operatoren auf H	73
4.6	Übungen, Beispiele, Ergänzungen	79
5	Kompakte Operatoren	81
5.1	Grundbegriffe	81
	Gleichgradige Stetigkeit und der Satz von Arzela-Ascoli	81
	Definition kompakter Operatoren und Beispiele	82
5.2	Eigenschaften kompakter Operatoren	82
5.3	Spektraltheorie kompakter Operatoren	84
	Riesz-Schauder-Theorie	84
	Fredholmsche Alternative	86
5.4	Übungen, Beispiele, Ergänzungen	88
A	Topologie	89